CURSO PRÉ-VESTIBULAR

MATEMÁTICA

AULA 02

ASSUNTO: ***TEORIA DOS CONJUNTOS***
Esta aula é composta pelo texto da apostila abaixo e por um link de acesso à AULA VIRTUAL gravada.
Estude com atenção o texto antes de acessar a aula gravada. Isso facilitará o entendimento do assunto. Cada link permite o acesso apenas à aula correspondente ao assunto.
Para acessar a aula gravada CLIQUE AQUI.

AULA 2 – TEORIA DOS CONJUNTOS

1. CONCEITO

Conjunto, elemento e relação de pertinência são considerados conceitos primitivos, isto é, não aceitam definição. Sabemos que conjunto é uma lista, coleção ou classe de objetos, pessoas, números, etc.

2. REPRESENTAÇÃO

A representação de um conjunto é feita por uma letra maiúscula do nosso alfabeto. Seus integrantes, são denominados de elementos, são colocados entre chaves separados por vírgulas.

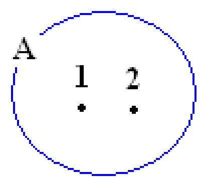
Exemplos:

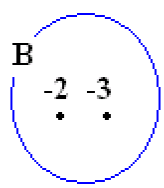
• A ={a, e, i, o, u}
• B = {2, 3, 5}
• O conjunto dos números naturais menores que 6 será:
A = {0, 1, 2, 3, 4, 5}

O conjunto pode ser determinado através de uma sentença.
• A = {x/x é letra do alfabeto}
• B = {y/y é número}

Para facilitar o entendimento de exercícios sobre Teoria dos Conjuntos, é muito útil a representação de um conjunto por um recinto plano delimitado por uma linha fechada. Tal representação recebe o nome de Diagrama de Venn.

Exemplos:





3. PERTINÊNCIA

Para indicar que um elemento "x" pertence ao con¬junto "A", escreve-se: $x \in A$, notação devida ao matemático Giuseppe Peano (1858 -1932) e que se lê: "x pertence a "A".

Para exprimir, ao invés, que um termo "x" não pertence ao conjunto "A", escreve-se: $x \notin A$, que se lê: "x não pertence a A".

Exemplos

A = {2, 4, 6, 8}

No conjunto A, temos que:

2 pertence a A: $\mathbf{2 \in A}$

3 não pertence a A: **3 $\notin$ A**

4. IGUALDADE E DESIGUALDADE

Dois conjuntos são iguais quando possuem os mesmos elementos.

$\boxed{A = B}$

Exemplo:

Dados os conjuntos A = {1, 3, 5} e B = {x | x é ímpar, positivo , menor que 7}, temos que:

$\boxed{A = B}$

Dois conjuntos são diferentes quando existe pelo menos um elemento que pertence a um dos conjuntos e não pertence ao outro.

$\boxed{A \neq B}$

Exemplo:

Dados os conjuntos A = {9, 11, 13, ...} e B = {x | x é ímpar, positivo, maior ou igual a 7}, temos que:

$\boxed{A \neq B}$

Exercícios Resolvidos

1. Utilizar os símbolos $\in$ e $\notin$, relacionando os elementos com os conjuntos A = {a, e, i, o, u} e B = {b, c, d, f, g}.
   a. a e A
   b. u e B
   c. c e B
   d. d e A

Solução

a) a $\in$ A
b) u $\notin$ B
c) c $\in$ B
d) d $\notin$ A

2. Representar abreviadamente e por extenso o conjunto A dos múltiplos negativos de 3.

Solução

Abreviadamente: A = {x | x < 0 e x é múltiplo de 3}
Por extenso: A { ..., -12, -9, -6, -3}

3. Relacionar os conjuntos utilizando os símbolos de = ou ≠.
   a. A = {1, 3, 5, 7} e B = {x | x é um número ímpar, positivo e menor que 9}
   b. A = {verde, amarelo} e B = {x | x é uma cor da bandeira do Brasil}

Solução

3. A = {1, 3, 5, 7} e B = {1, 3, 5, 7}; portanto A = B
4. A = {verde, amarelo} e B = {verde, amarelo, azul e branco}; portanto A ≠ B.

5. INCLUSÃO – SUBCONJUNTOS

Um conjunto "A" diz Sub-conjunto de um conjunto "B", e escreve-se $A \subset B$ se, e somente se, todo elemento de "A" for também elemento de "B".

Onde:

$\boxed{\mathbf{A \subset B}}$

Lê-se: A é subconjunto de B ou A está contido em B.

Observações:

$A \supset B$ significa que "A contém B"
$A \not\subset B$ significa que "A não está contido em B"

Teorema: O conjunto vazio é sub-conjunto de qualquer conjunto.

Simbolicamente

$\boxed{\varnothing \subset \mathbf{A}, \forall\ \mathbf{A}}$

Atenção
Para relacionar elemento com conjunto, usam-se os símbolos $\in$ e $\notin$.
Para relacionar conjunto com conjunto, usam-se os símbolos ($\subset$ e $\not\subset$).

Exercício Resolvido

1. Utilizar os símbolos $\subset$ ou $\not\subset$, relacionando os conjuntos: A = { x | x é letra do alfabeto latino}, B = {a, e, i, o, u} e C = { x | x é consoante do alfabeto latino}
   a. A e B
   b. A e C
   c. B e C
   d. C e A
   e. a e B
   f. {a} e A

Solução

a) A $\not\subset$ B (nem todo elemento de A pertence ao conjunto B)
b) A $\not\subset$ C (nem todo elmento de A pertence ao conjunto C)
c) B $\subset$ A (cada elemento de B também pertence ao conjunto A)
d) C $\subset$ A (cada elemento de C também pertence ao conjunto A)
e) a $\not\subset$ B (a é um elemento, e como tal não pode ser sub-conjunto)
f) {a} $\subset$ A (o conjunto formado pelo elemento a está contido no conjunto A pois cada elemento do conjunto pertence também a A)

6. UNIÃO E INTERSECÇÃO DE CONJUNTOS

Dados dois conjuntos "A" e "B", chama-se. união desses conjuntos e escreve-se A $\cup$ B ao conjunto constituído pelos elementos de "A" ou de "B".

A $\cup$ B = {x/x $\in$ A ou x $\in$ B}

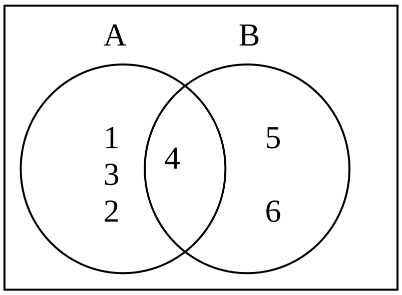
Exemplos

a) A = {1, 2, 3, 4) B = {4, 5, 6}

A $\cup$ B = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Observe que o conjunto A possui 4 elementos, e o conjunto B possui 3 elementos. No entanto a união de A e B possui 6 elementos, onde se conclui que *a união de dois conjuntos não é a soma dos elementos de cada um deles.*

Diagrama:

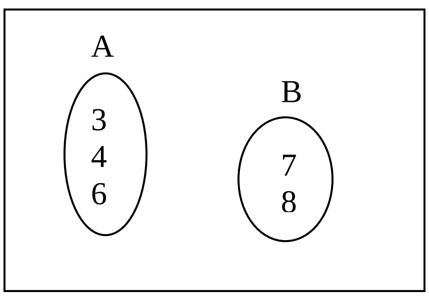


Isso se deve ao fato dos elementos que pertencem simultaneamente aos dois conjuntos não poderem ser contados duas vezes. Portanto pode-se dizer *que o número de elementos de A $\cup$ B é a soma dos elementos de A com B, descontados os elementos que pertencem aos dois conjuntos.*

b) A = (3, 4, 5)   B = {7, 8}

A $\cup$ B = (3, 4, 5, 7, 8)

Diagrama:



Dados dois conjuntos "A" e "B", chama-se intersecção desses conjuntos e escreve-se A $\cap$ B ao conjunto constituído pelos elementos comuns de "A" e de "B".

A $\cap$ B = {x/x $\in$ A e x $\in$ B}

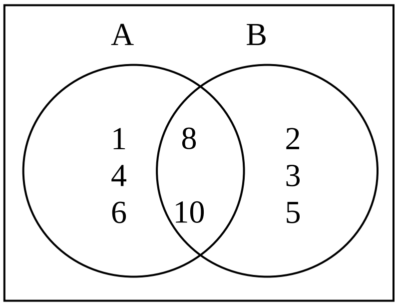
Exemplos

Achar o conjunto intersecção nos casos seguintes:

A = {1, 4, 6, 8, 10}
B = {2, 3, 5, 8, 10}

Então: A $\cap$ B = {8, 10}

Diagrama:

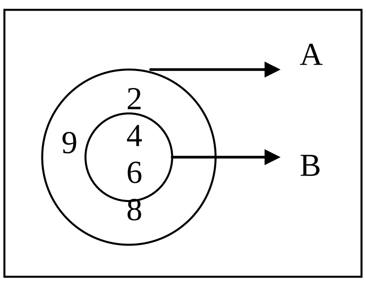


A = {2, 4, 6, 8, 9}

B = {4, 6}

A ∩ B={4,6}=B

Diagrama:



Observação

"Se A ∩ B = ∅, diz-se que A e B são Disjuntos".

Exemplo

A = {a, b, c}; B = {e, i, o}

A ∩ B = ∅ → São Disjuntos

Exercícios Resolvidos

1. Dados os conjuntos A = {0, 1, 2, 3, 4, 5}, B = {0, 2, 4} e C = {1, 3, 5}, determinar os seguintes conjuntos:
   a. $A \cup B$
   b. $A \cup C$
   c. $B \cup C$
   d. $A \cap B$
   e. $A \cap C$
   f. $B \cap C$

Solução

a) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
b) $A \cup C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
c) $B \cup C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
d) $A \cap B = \{0, 2, 4\}$
e) $A \cap C = \{1, 3, 5\}$
f) $B \cap C = \{\}$

Exercícios Propostos

1. Utilizando os símbolos $\subset$ ou $\not\subset$, relacione os conjuntos A = {0, -1, -3, -5}, B = {-3, 5} e C = {0, -1}
   a. A e B
   b. B e A
   c. A e C
   d. C e A
2. Dado os seguintes conjuntos: A = {0, 2, 4}, B = {x | x é par}, C = {2, 3, 4, 5} classifique em F(falso) ou V(verdadeiro).
   a. $2 \in B$
   b. $\{4, 5\} \in C$
   c. $B \subset A$
   d. $A \subset B$
   e. $\{2, 3, 4\} \subset (A \cup C)$
   f. $\{2, 3\} \notin C$
   g. $2 \not\subset A$

7. DIFERENÇA DE CONJUNTOS

Dados dois conjuntos “A” e “B”, chama-se diferença entre "A" e "B" ao conjunto dos elementos de "A" que não pertençam a "B".

$A - B = \{ x / x \in A \text{ e } x \notin B\}$

Exemplos
• {a, b, c, d} - {a, b, c} = {d}
• {1, 2, 3} - {2, 3, 4} = {1}
• {5, 6, 8} - {5, 6, 8} = $\varnothing$

O complemento (ou complementar) de um conjunto "B" em relação a um conjunto "A", assim se define:

Para $B \subset A$

$$\boxed{C_B^{\,A} = A - B}$$

Exemplo

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
$B = \{2, 4, 5\}$
$C_B^{\,A} = A - B = \{ 1, 3 \}$

Exercício Resolvido

1. Dados os conjuntos $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{0, 1, 2\}$ e $C = \{0, -1, -2\}$, obter os conjuntos:
   a. $C_A^{\,B}$
   b. $C_A^{\,C}$
   c. $C_B^{\,A}$
   d. $C_C^{\,A}$

Solução

a) $C_A^{\,B} = A - B = \{-2, -1\}$
b) $C_A^{\,C} = A - C = \{1, 2\}$
c) $C_B^{\,A} = B - A = \varnothing$
d) $C_C^{\,A} = C - A = \varnothing$

Exercícios Propostos

1. Dado os conjuntos $A = \{0, -1, -2, -3, -4\}$, $B = \{0, -1\}$ e $C = \{-2, -3, -4\}$, escreva os conjuntos.
   a. $C_A^{\,B}$
   b. $C_A^{\,C}$
   c. $C_B^{\,A}$
   d. $C_C^{\,A}$